**Математические строи**

§ 1. Математическим строем называется совокупность частотных отношений между звуками в музыкальной системе. Введение в музыкальную практику многоголосных инструментов с фиксированной частотой звуков (орган и др.) заставило композиторов и исполнителей заинтересоваться количественной стороной музыкальных систем. К этому времени в науке был известен целый ряд звуковых строев, разработанных китайскими, персидскими, индийскими, арабскими и греческими учеными, в основе которых лежали самые разнообразные математические принципы отбора звуков и которые пытались объяснить соотношения между звуками в произведениях народного музыкального творчества.

Мы считаем излишним останавливаться на рассмотрении китайских, персидских, арабских и индийских звуковых строев, так как эти строи не оказали непосредственного влияния на европейскую музыку, а начнем с изучения строя, разработанного древнегреческими учеными и известного под именем «строя Пифагора».

Древнегреческим ученым было известно, что на монохорде[2] можно получить звуки не только путем возбуждения целой струны, но и ее частей: 1/2, 2/3 и 3/4, и что звуки, полученные путем возбуждения указанных частей струны, образуют с ее основным тоном интервалы октавы - 1/2 струны, квинты - 2/3 струны и кварты - 3/4 струны (по современной терминологии).

Эти интервалы, найденные опытным путем и получившие, по преданию, применение при настройке лиры Орфея, стали основными интервалами пифагорова строя. Остальные интервалы этого строя были найдены последователями Пифагора посредством вычислений. Трудно сказать, какие причины заставили указанных ученых отказаться от дальнейших делений струны на части в целях получения новых интервалов, известно лишь, что формирование пифагорова строя осуществлялось не опытным, а математическим путем. Этот путь был основан на следующих соображениях: так как 2/3 целой струны дают звук квинтой выше ее основного тона, а 3/4 целой струны - звук квартой выше того же тона, то 2/3 любой части струны должны дать звук квинтой выше этой части, а 3/4 любой части струны - звук квартой выше этой части.

Таким образом, если основной тон струны есть с и если взять 2/3 от 2/3 струны, т. е. 4/9 струны, то звук, соответствующий этой части струны, будет d1. Этот звук находится за пределами октавы с - с1. Взявши вместо его d, мы найдем, что последнему звуку соответствует 8/9 струны[3].

Если взять 2/3 от 8/9 струны, т. е. 16/27 струны, то звук, соответствующий той части струны, будет а.

Если взять 2/3 от 16/27 струны, т. е. 32/81 струны, то звук,, соответствующий этой части струны, будет е1. Этот звук находится за пределами октавы с - с1. Взявши вместо него е, мы найдем, что последнему звуку соответствует 64/81 струны.

Если взять 2/3 от 64/81 струны, т. е. 128/243 струны, то звук, соответствующий этой части струны, будет h. Если расположить все найденные нами звуки в порядке их высоты и подписать под ними соответствующие части струны, то мы получим диатоническую мажорную гамму пифагоровой настройки, в которой частотные отношения между звуками выражены в долях струны:

с d е f g a h c1

1 8/9 64/81 3/4 2/3 16/27 128/243 1/2

Если, исходя из основных интервалов пифагорова строя, двигаться от звука f по чистым квинтам вниз, производя при: этом соответствующие вычисления, то мы получим фригийскую гамму[4], ib которой частотные отношения между звуками выражены в долях струны:

с des es f g as b cl

1 243/256 27/32 3/4 2/3 81/128 9/16 1/2

Двигаясь по чистым квинтам вверх от звука А и по чистым квинтам вниз от звука des и производя соответствующие вычисления, мы придем в первом случае к звуку his, во втором — к звуку deses. Звук his на интервал 524288/531441?73/74 выше звука с1, а звук deses — на тот же интервал ниже звука с. Интервал, на который his выше cl, a deses ниже с получил название «пифагоровой коммы» (около 1/9 тона)[5]. Таким образом, строй Пифагора — незамкнутый.

Так как каждый интервал пифагорова строя получается посредством того или другого количества квинтовых ходов (вверх или вниз от исходного звука с последующими октавными перенесениями), то каждый интервал этого строя имеет только одно количественное выражение, так:

1) б. секунда, получаемая посредством двух квинтовых ходов, выражается отношением 8/9;

2) б. секста, получаемая посредством трех квинтовых ходов, выражается отношением 16/27;

3) б. терция, получаемая посредством четырех квинтовых ходов, выражается отношением 64/81;

4) диатонический полутон, получаемый посредством пяти квинтовых ходов, выражается отношением 243/256;

5) хроматический полутон, получаемый посредством семи квинтовых ходов, выражается отношением 2048/2187.

Так как 2048/2187 меньше 243/256 струны, то хроматический полутон пифагорова строя больше диатонического на пифагорову комму. Так как все интервалы пифагорова строя (за исключением октавы) являются производными от ч. квинты, то пифагоров строй есть строй однофакторный.

Трудно сказать, какое влияние оказал пифагоров строй на музыку древних греков, но его роль в деле развития средневековой музыки вполне ясна.

В средние века стал широко применяться в церковной музыке орган — многоголосный инструмент с фиксированной частотой звуков. Этот инструмент требовал настройки. Так как единственным строем, хорошо известным в те времена, был строй Пифагора, то орган стали настраивать в этом строе. Настройка органа в пифагоровом строе не представляет больших трудностей. Она осуществляется путем настройки чистых квинт (т. е, квинт без биений) вверх и вниз от исходного звука и перенесения этих квинт в пределы одной октавы.

Однако уже первые попытки игры на органе, настроенном в пифагоровом строе, показали, что гармоническая б. терция этого строя звучит слишком напряженно и непригодна поэтому в качестве терции мажорного тонического трезвучия (гармонического). Нужно думать, что эту напряженность в первую очередь заметили участники хора, которые, повидимому, придерживались натуральной б. терции. Причину напряженности пифагоровой б. терции найти не трудно. В пифагоровом строе б. терция получается посредством четырех ходов по ч. квинтам вверх и выражается отношением 64/81. Если выразить величину пифагоровой б. терции не долями струны, а числами колебаний, то окажется, что в этой терции верхнему звуку соответствует 81 колебание, а нижнему - 64. (С-Е в большой октаве при а=435 герц). Для б. терции с1-е1 отношение между числами колебаний будет 324/256 ((81/64)x(4/4)). Звуки б. терции с1-е1 имеют тон совпадения е3 (5-й частичный тон с1 совпадает с 4-м частичным тоном е1).

Число колебаний в секунду 5-го частичного тона =256.5= 1280, число колебаний в секунду 4-гочастичноготона=324x4=1296. При одновременном звучании обоих звуков б. терции с1-е1 интервал будет давать 16 биений в секунду (1296-1280=16). Эти биения и создают напряжение в гармонической пифагоровой б. терции.

Итак, попытка использовать пифагоров строй для настройки многоголосного музыкального инструмента с фиксированной частотой звуков вошла в противоречие с растущим гармоническим сознанием. Музыкальная практика требовала или отказа от гармонических терций вообще или замены их другими гармоническими б. терциями, приемлемыми для хора.

§ 2. Последним путем пошли Фольяни и Царлино, выдающиеся теоретики XVI века. Основываясь на работах Аристоксена, Птолемея и Дидима, они предложили брать для б. терции не 64/81, а 4/5 (64/80) струны, иначе говоря, рассматривать б. терцию, как основной, а не как производный интервал. Строй, полученный путем замены терции 64/81 терцией 4/5, получил название "чистого", так как б. терция 4/5 звучит без биений (чисто).

Выразим теперь в долях струны частотные соотношения между звуками, образующими диатоническую мажорную гамму чистого строя, например:

c d e f g a h c1

Если звуку с соответствует целая струна (1), то звуку е, образующему б. терцию со звуком с, будет соответствовать 4/5 струны; звуку а, образующему б. терцию со звуком f, 3/5 струны (4/5 от 3/4=3/5); звуку h, образующему б. терцию со звуком g,- 8/15 струны (4/5 от 2/3=8/15). Звукам f и g, образующим кварту и квинту со звуком с, и звуку d образующему кварту со звуком g, будет соответствовать, как и в строе Пифагора, 3/4, 2/3 и 8/9 струны.

Итак, звуки диатонической мажорной гаммы чистого строя в долях струны выразятся следующими отношениями:

c d e f g a h c

1 8/9 4/5 3/4 2/3 3/5 8/15 1/2

Взяв в качестве основного интервала б. терцию и рассуждая аналогичным образом, мы найдем, что звуки фригийской гаммы выразятся:

с des es f g as b cl

1 15/16 5/6 3/4 2/3 5/8 5/9 1/2

Если, двигаясь квинтовыми и терцовыми ходами, найти части струны, соответствующие звукам fis, cis, gis и т. д. до his включительно, и части струны, соответствующие звукам ges, ces, fes и т. д. до deses включительно, то окажется, что his ниже с1, a deses выше с. Действительно, звуку his, получаемому путем движения на 3 б. терции вверх от с (с-е- gis-his), будет соответствовать 64/125 струны (1Х4/5Х4/5Х 4/5) (звуку с1 соответствует 64/128, т. е. 1/2 струны). Звуку deses, получаемому путем движения на 3 б. терции вниз от с1 (с1-as-fes-deses), будет соответствовать 125/128 струны (1/2X5/4X5/4X5/4) (звуку с соответствует 128/128, т. е. целая струна).

Разница между his и с1, deses и с ? 1/5 части тона.

Таким образом, чистый строй, подобно пифагорову, есть строй незамкнутый.

Если исследовать все интервалы, входящие в состав приведенной выше диатонической мажорной гаммы чистого строя, то не трудно убедиться, что в этом строе некоторые одноименные интервалы на различных ступенях гаммы имеют различные интервальные коэфициенты.

Так:

1) квинты на 1, 3, 4, 5 и 6-й ступенях выражаются отношением 2/3 (c-g-2/3; e-h-8/5:4/5=2/3; f-с1-1/2:3/4=2/3; g-d1-4/9:2/3=2/3; а-е1- 2/5:3/5=2/3);

2) квинта на 2-й ступени d-а выражается отношением 27/40 (3/5:8/9=27/40);

3) м. терции на 3, 6-й и 7-й ступенях выражаются отношением 5/6 (e-g-2/3:4/5=5/6; а-с1-1/2:3/5=5/6; h-d1- 4/9:8/15=5/6);

4) м. терция на 2-й ступени d-f выражается отношением 27/32 (3/4:8/9=27/32);

5) б. секунда на 1, 4-й и 6-й ступенях выражается отношением 8/9 (c-d-8/9; f-g-2/3:3/4=8/9; a-h-8/15:3/5=8/9);.

6) б. секунда на 2-й и 5-й ступенях выражается отношением 9/10 (d-e-4/5:8/9=9/10; g-a-3/5:2/3=9/10).

Таким образом, в диатонической мажорной гамме чистого строя два интервальных коэфициента имеют:

квинта -2/3 и 27/40 (2/3=27/40X80/81)

кварта-3/4 и 20/27 (20/27=3/4X80/81)

м. терция - 5/5 и 27/32 (5/6=27/32X80/80)

б. свиста -3/5 и 16/27 (16/27=3/5X80/81)

б. секунда- 8/9 и 9/10 (8/9=9/10X80/81)

м. септима -9/16 и 5/9 (5/9=9/916X80/81).

Интервал 80/81, на который некоторые интервалы чистого строя больше или меньше соответствующих интервалов пифагорова строя, называется "дидимовой коммой". Дидимова комма ? 1/10 тона. На эту же комму, б. терция пифагорова строя больше чистой (64/81=5/4x80/81). Так как диатонический полутон, например, с - des, получается посредством ходов:

с - f - des

и выражается отношением 15/16 (3/4x5/4=15/16), а хроматический полутон, например, с - cis, получается посредством ходов:

с - f - а - cis1 - cis

и выражается отношением 24/25 (3/4x4/5x4/5x2) и так как дробь 24/25 больше 15/16, то звук сis (как соответствующий больщему отрезку струны) ниже звука des. Таким образом, в чистом строе диатонический полутон больше хроматического (см. строй Пифагора). Из всего вышеизложенного, можно сделать следующие выводы:

1. Замена пифагоровых терций чистыми сделала возможным применение в музыкальном искусстве гармонических мажорных и минорных трезвучий (тонических) и расширила область частотных интонаций (квинта 2/3 и 27/40, м. терция 5/и 27/32, б. секунда 8/9 и 9/10 и т. д.).

2. Указанная замена не создала строя, вполне соответствующего требованиям музыкальной практики, так как чистый строй оказался:

а) незамкнутым, т. е. лишенным энгармонизма;

б) неудобным для модуляции даже в ближайшие (от (C-dur) тональности;

в) требующим сложного устройства музыкальных инструментов с фиксированной частотой звуков.

Поясним изложенное в п.п. б и в.

Чтобы сделать модуляцию из C-dur в d-moll, необходимо иметь в качестве тоники лада чистое минорное трезвучие d - f - а. Этим трезвучием не может быть минорное трезвучие II ступени C-dur, так как оно состоит из «нечистой» квинты – d - a (27/40) и пифагоровой м. терции d - f (27/32), Чтобы сделать трезвучие d – f - а чистым, необходимо для звука d взять отношение 9/10 вместо 8/9, т.е. понизить его на дидимову комму 80/81. Таким образом, для совершения модуляции из C-dur в d-moll (и обратно) необходимо иметь 2 звука d, отличающихся, по частоте на дидимову комму. Один в качестве звука доминантового трезвучия C-dur другой в качестве звука тонического трезвучия d-moll. По тем же причинам для модуляции из F-dur в g-moll (и обратно) нужно иметь два «комматических звука» g, для модуляций из G-dur в a-moll нужно иметь два комматических звука а и т. д.

Для совершения модуляций во 2-ю степень родства потребуются новые комматические звуки. Таким образом, при широком пользовании модуляциями потребуется большое количества комматических звуков. Если, кроме того, принять во внимание, что в чистом строе не существует энгармонизма (fis не совпадает по высоте с ges), то для пользования чистым строем потребуется значительное количество звуков в пределах одной октавы до 85 звуков). Это обстоятельство значительно усложняет устройство музыкальных инструментов с фиксированной частотой звуков и делает весьма трудной игру на этих инструментах. Из всего вышеизложенного следует, что чистый строй представляет собой весьма сложный математический строй.

Музыкальное искусство, которое уже в первой половине XVII века начало широко пользоваться энгармонизмом, не могло удовлетвориться чистым строем, и он разделил участь пифагорова.

Итак, причиной, заставившей музыкальное искусство отказаться от чистого строя, было отсутствие в этом строе энгармонизма, иначе говоря, незамкнутость этого строя. Поэтому дальнейшая эволюция строев пошла по пути создания так называемых «темпераций»[6], т. е. таких математических строев, которые благодаря определенным частотным соотношениям между звуками являются замкнутыми. Так как музыкальное искусство не могло сразу отказаться от чистых квинт и чистых терций, преимущества которых перед терциями Пифагора были очевидны, то авторы темперации пытались разрешить задачу, исходя из чистых больших и малых терций и чистых квинт.

**Равномерные темперации**

§ 1. Попытки разрешить проблему строя, пригодного для музыкальных целей, посредством неравномерных темперации, окончились неудачей, так как эти темперации давали возможность пользоваться ограниченным количеством тональностей (в отдельных тональностях появлялись так называемые «воющие» интервалы). Но эти попытки, особенно работы Веркмейстера и Нейдгардта, наметили правильный путь разрешения проблемы и привели позднейших исследователей к двенадцатизвуковому равномерно-темперированному строю. Авторы этого строя исходили из следующих соображений. Если разделить пифагорову комму (1/9 тона) на 12 равных частей, т. е. распределить ее между двенадцатью квинтами этого строя, то каждая квинта уменьшится на 1/108 тона (1/9:12=1/108). При этом условии двенадцатая квинта вверх от звука с (his) совпадает с октавой от того же звука (с1), а двенадцатая квинта вниз от звука с1 (deses) совпадает с октавой от того же звука (с). Совпадение his с с1, a deses с с вызовет совпадение всех энгармонически равных звуков, отличающихся по высоте на пифагорову комму. Это совпадение произойдет путем смещения обоих звуков.

Так как в пифагоровом строе все целые тоны получаются посредством двух квинтовых ходов и потому равны между собой, и так как последовательность 6 целых тонов (например, от звука с) приводит к звуку his, который на 1/9 тона выше с, то, уменьшая ч. квинты на 1/108 тона, мы уменьшаем каждый целый тон на 1/54, а последовательность 6 тонов на 1/9 тона (пифагорову комму). Таким образом, в рассматриваемом нами темперированном строе октава состоит из 6 равных целых тонов.

Так как в пифагоровом строе хроматический полутон больше диатонического, то целый тон пифагорова строя делится на два неравных полутона. В рассматриваемом нами темперированном строе хроматический полутон равен диатоническому.

Поэтому в этом строе целый тон делится на два равных полутона. Таким образом, в этом строе октава состоит из 12 равных полутонов, а все другие интервалы из меньшего количества этих полутонов - от 11 (б. септима - ув. сексте) до 1 (м. секунда).

Исследуем теперь вопрос о музыкальной приемлемости интервалов 12-звукового равномернотемперированного строя. Так как названный строй получается путем деления ч. октавы на 12 равных полутонов, то все октавы этого строя, как и в прочих теоретических строях, чистые[7]. Темперированная квинта, которая меньше чистой на 1/108 тона, и темперированная кварта, которая больше чистой на 1/108 тона, по своим звуковым качествам почти не отличаются от чистых.

Темперированная б. терция меньше пифагоровой на 1/27 тона и, следовательно, больше чистой на 1/16 тона; наоборот, темперированная м. секста, являющаяся обращением б. терции, больше пифагоровой на 1/27 тона и меньше чистой на 1/16 тона.

Темперированная м. терция больше пифагоровой на 1/36 тона и, следовательно, меньше чистой на 1/14 тона; наоборот, темперированная б. секста, являющаяся обращением м. терции, меньше пифагоровой на 1/36 тона и больше чистой на 1/14 тона.

Итак, темперированная б. терция больше чистой на 1/16 тона, а темперированная м. терция меньше чистой на 1/14 тона. Эти терции по своим звуковым качествам заметно отличаются от чистых, но в музыкальном отношении приемлемы. То же самое можно сказать и относительно обращения терций - секст. Что же касается диссонирующих интервалов, то эти интервалы, сохраняющие свои звуковые качества в более широких границах, чем консонирующие, в темперированном строе не вызывают никаких протестов со стороны музыкального слуха. Таким образом, все интервалы изучаемого нами равномернотемперированного строя в музыкальном отношении приемлемы. Настройка хроматической гаммы 12-звукового равномернотемперированного строя представляет некоторые трудности. Так как все интервалы этого строя можно получить посредством квинтовых ходов, то теоретически вопрос сводится к нахождению числа биений в секунду, которое дает темперированная квинта на различных ступенях хроматической гаммы изучаемого строя, практически - к отсчету указанных биений.

Первая часть вопроса разрешается следующим образом.

Если мы обозначим через х величину, показывающую, во сколько раз число колебаний верхнего звука темперированного полутона больше числа колебаний его нижнего звука, принятого за 1, то x12 будет величиной, показывающей, во сколько раз число колебаний верхнего звука октавы больше числа колебаний ее нижнего звука, принятого за 1. Так как число колебаний верхнего звука октавы больше числа колебаний ее нижнего звука в два раза, то мы можем составить следующее уравнение:

1: x12 = 1 : 2

х12 = 2 или х= 21/12 = 1,0595.

Зная интервальный коэфициент темперированного полутона и число полутонов, заключающихся в интервалах темперированного строя, можно найти интервальные коэфициенты этих интервалов, а зная последние и считая, что звуку а1 соответствует 440 гц, можно найти числа колебаний для всех звуков темперированной хроматической гаммы от с1 до с2.

Известно, что при гармоническом воспроизведении ч. квинты 3-й частичный тон ее нижнего звука образует тон совпадения со 2-м частичным тоном ее верхнего звука. В темперированной квинте указанные частичные тоны не совпадают, и между ними возникают биения. Для квинты с1- g1 число биений в секунду равно 0, 89, так как число колебаний 3-го частичного тона звука с1 есть 784,89[8], число колебаний 2-го частичного тона звука gl есть 784[9]. Число биений в секунду для квинты es - b1 равно 1,07, так как число колебаний 3-го частичного тона звука es1 есть 933,39[10], а число колебаний 2-го частичного тона звука b1 есть 932,32[11]. По тем соображениям число биений в секунду для квинты fis1 - сis2 равно 1,25, а для квинты а1 - е2 равно 1,48. Из всего только что изложенного видно, что для настройки темперированных квинт необходимо найти числа биений для всех 12 квинт. Однако практика настройки музыкальных инструментов с фиксированной частотой звуков показывает, что эти тонкости излишни и что для всех 12 квинт можно взять среднее число биений, т. е. для квинт 1-й октавы 1,1[12]. Эта замена значительно упрощает процесс настройки темперированных квинт, хотя и вызывает некоторое (совершенно незаметное для слуха) расхождение между вычисленными интервалами 12-звукового равномерно-темперированного строя и фактически настраиваемыми. Установив число биений для квинт в 1-й октаве музыкальных инструментов с фиксированной частотой звуков (например, фортепиано), изложим метод настройки. Процесс настройки начинается с настройки а1 по камертону (440 гц). После настройки а1 настраивают все остальные звуки 1-й октавы. Расмотрим один из способов настройки:

Поясним схему: квинты a1 - е2 и d1 - a1 настраиваются сначала как чистые, так как 1,1 биения в секунду можно получить как при некотором уменьшении квинты, так и при некотором ее увеличении. Затем е2 понижается (-), пока квинта а1 - е2 не даст 1,1 биения в секунду, a d1 повышается (+), пока квинта dl - а1 не даст 1,1 биения в секунду. Затем от е2 делается ход на чистую октаву в el, a от dl - аналогичный ход в d2. Эти ходы на октаву имеют целью заставить нас настраивать квинты только в пределах 1-й октавы, для которых число биений в секунду = 1,1[13].

Дальнейшая настройка квинт происходит аналогичным образом, до тех пор пока с одной стороны мы дойдем до звука dis2 (es2) с другой - до звука esl (dis1). Если эти звуки дадут ч. октаву, то настройка произведена правильно, если - нечистую октаву, то настройку необходимо проверить. Проверка настройки производится не только в отношении квинт и октав, но и в отношении мажорных и минорных трезвучий и их обращений (конечно, в отношении их звуковых качеств, а не отсчета биений, что в отношении терций затруднительно). Настройка остальных звуков фортепиано не представляет особых трудностей, так как они настраиваются по октавам вверх и вниз от полученных нами 12 звуков 1-й октавы. Профессиональные настройщики обычно не отсчитывают биений, а настраивают темперированные квинты на слух. Этот метод настройки более быстрый, но менее точный.

Сравнительно со строями пифагоровым и чистым, а также с неравномерными темперациями, упомянутыми нами ранее, 12-звуковой равномерно-темперированный строй в музыкальном отношении является строем весьма совершенным:

1) он представляет собой строй замкнутый и энгармонический;

2) он состоит из интервалов, которые как при мелодическом, так и при гармоническом их воспроизведении вполне приемлемы для музыкального слуха;

3)он имеет в октаве только двенадцать звуков, могущих, однако, выполнить несколько ладовых функций;

4) он требует сравнительно простого устройства многоголосных инструментов.

Все перечисленные свойства 12-звукового равномерно-темперированного строя делают возможности этого строя в музыкальном отношении почти неограниченными. И. С. Бах в «Das Wohltemperierte Klavier» впервые показал на практике все музыкальные возможности этого строя.

§ 2. Двенадцатизвуковой равномерно-темперированный строй лежит в основе европейской музыки со времени И. С. Баха. Однако целый ряд музыкальных ученых и музыкантов не считает его вполне удовлетворительным. Неоднократно делались шаги к расширению этого строя, которые преследовали главным образом две цели:

1) улучшение звуковых качеств гармонических терций и секст, т. е. приближение их к натуральным (4:5, 5:6, 3:5 и 5 : 8),

2) введение в музыкальное искусство интервалов натурального звукоряда, выражающихся отношениями с участием множителей 7, 11, 13, 17, 19, 23, 31 и т. д.

Первую цель следует рассматривать как попытку вернуть музыкальное искусство к чистому строю, вторую - как попытку обогатить музыкальное искусство новыми интервалами натурального звукоряда (7/4, 11/8, 13/8, 19/16, 24/23, 32/31 и т. д.) и их производными.

Трудно что-нибудь возразить против улучшения звуковых качеств терций и секст, что же касается введения в музыку новых интервалов натурального звукоряда, то на этом вопросе следует остановиться.

На стр. 8 было указано, что высоте звука соответствует не одна определенная частота, а некоторая полоса частот, и что названия интервалов сохраняются при различных, но близких по величине интервальных коэффициентов.

Таким образом, «натуральные» м. септима 7/4, которая меньше м. септимы 12-звукового строя 210 на 1/7[14] тона, незначительно отличается по своим звуковым качествам от последней, м. терция 19/16, которая меньше м. терции 12-звукового строя 24/12 на 1/68 тона, совершенно не отличается от последней.

Интервал 11/8, который больше кварты 12-звукового строя 25/12 на 1/4 тона и меньше ув. кварты 26/12 на 1/4 тона, резко отличается от обоих; интервал 13/8, который больше м. сексты 12-звукового строя 28/12 на 1/5 тона и меньше б. сексты 12-звукового строя 29/12 на 3/10, резко отличается от обоих.

Таким образом введение в музыкальную практику новых интервалов натурального звукоряда не дает заметного эффекта. Этот эффект должен наблюдаться лишь в тех случаях, когда вводимые интервалы резко отличаются от интервалов 12-звукового равномерно-темперированного строя (например, 11/8 и 13/8). Однако, исследования показывают, что и в этом случае мы не воспринимаем новых интервалов, а воспринимаем частотные интонации или предыдущего или последующего интервала (11/8 - или ч. кварта или ув. кварта). Эффект, получаемый от введения в музыкальную практику таких интервалов, как 7/4 и 19/16, - ничтожен, так как интервал 19/16 совершенно не отличается от соответствующих интервалов 12-звукового строя, 7/4 - отличается от них незначительно.

Среди равномерных темперации, в которых октава делится на большее количество частей, чем 12, можно назвать прежде всего 24-звуковой равномерно-темперированный строй. Этот строй, сохраняющий все особенности 12-звукового равномерно-темперированного строя, дает возможность осуществить с большой точностью интервалы, коэфициенты которых заключают в себе числа 11 и 13. Улучшение терций и секст (сравнительно с 12-звуковой темперацией) в рассматриваемой темперации не наблюдается.

Попытки сочинять музыку в 24-звуковом равномерно-темперированном строе нельзя признать удачными. Другая равномерная темперация, представляющая собой расширение 12-звуковой равномерно-темперированной системы, есть 48-звуковая равномерная темперация.

В этом строе, сохраняющем все особенности как 12-звуковой, так и 24-звуковой равномерных темперации, могут быть весьма точно осуществлены интервалы, коэфициенты которых заключают в себе множитель 7. Кроме того, этот строй дает возможность получить терции и сексты, весьма близкие к натуральным.

Музыкальные инструменты с фиксированной частотой звуков, необходимые для музыкального использования этого строя, весьма сложны по своему устройству (48 звуков в октаве!). Попытки сочинять музыку в 48-звуковом равномерно-темперированном строе также не дали удовлетворительных результатов.

Наиболее совершенная в звуковом отношении темперация была бы 53-звуковая, дающая возможность осуществить с большим приближением интервалы как чистого, так и натурального строя. Гармониум с 53 звуками в октаве был построен Бозанкетом. Практического применения рассматриваемая темперация также не получила.

**Зонный строй**

С тех пор, как в музыкальном искусстве появилось понятие строй, этим термином стали называть совокупность частотных отношений звуков в ладу. Наиболее известными являются строй Пифагора (Древняя Греция), чистый строй (Царлино) и 12-звуковой равномерно-темперированный строй (Нейдгардт и Веркмейстер).

Появившаяся в последнее время электроизмерительная акустическая аппаратура (генератор звуковой частоты, хроматический стробоскоп и т. п.) заставила нас изменить наше понятие о строе. Многочисленные исследования, проведенные в акустической лаборатории Московской государственной консерватории, показали, что наш слух не способен воспринимать частоту звуков и их частотные отношения, а может воспринимать только высоту звуков и их высотные отношения, что мы воспринимаем как звук одного и того же названия целую область близких частот и как интервал одного и того же названия целый ряд частотных отношений между звуками. Эта полоса частот (зона) колеблется в пределах около ± 25 центов (± 1/8 тона) даже у высококвалифицированных музыкантов-слушателей и исполнителей на различных музыкальных инструментах.

Так, например, у испытуемого № 2, обладающего превосходным абсолютным слухом, при прослушивании им отдельных звуков, в частности - а1, зона абсолютного слуха оказалась равной 42 центам (приблизительно). У скрипача О., при исполнении им арии Баха из оркестровой сюиты D-dur (переложение для скрипки с фортепиано Вильгельми), наблюдались отклонения от равномернотемперированного строя до ± 30 центов[15]. Подобные отклонения наблюдаются и у исполнителей на других инструментах. Интересно отметить, что настройка фортепиано производится высококвалифицированными настройщиками не в 12-звуковом равномернотемперированном строе, а в зонном строе, в котором встречаются интервалы пифагорова и чистого строев и в котором максимальные отклонения от равномернотемперированного строя достигают ± 9 центов, а минимальные - ± 2 цента[16].

Таким образом музыкальное искусство на практике не пользуется и никогда не пользовалось ни пифагоровым ни чистым строями в целом. Оно не может пользоваться и отвлеченно-теоретическим равномерно-темперированным строем, а пользуется зонным строем, который является каким-то приближением к 12-звуковому равномерно-темперированному строю и обусловлен зонной природой нашего слуха.

Итак, мы должны различать два вида 12-звукового равномерно-темперированного строя: отвлеченно-теоретический, который существует только на бумаге, и практический, в котором исполняются и воспринимаются музыкальные произведения, а также настраиваются музыкальные инструменты (духовые инструменты, фортепиано). Этот строй, более или менее приближающийся к теоретическому, можно назвать двенадцатизонным равномерно-темперированным музыкальным строем.

[1] Данная глава является ярким примером «арифметического» подхода к вопросам звуковысотного интонирования. Этот подход продолжает жить в поисках «чистой интонации». (Т. В.)

[2] Музыкальный инструмент, состоявший из струны, натянутой на резонансный ящик.

[3] Перенесение звука на октаву вниз соответствует увеличению струны вдвое.

[4] По средневековой терминологии.

[5] Коммой называется интервал, меньший 1/8 целого тона.

[6] Temperare – приводить в порядок.

[7] Под словом чистый следует понимать интервалы натуральные, т. е. интервалы, звуки которых находятся в простейших числовых отношениях. Например, октава 2 : 1, квинта 3 : 2, кварта 4 : 3 и т. д.

[8] 261,63х3=784,89

[9] 392х2=784,00

[10] 311,13x3=933,39

[11] 466,16x2=932,32

[12] (0,89+1,07+1,25+1,48)/4=1,1

[13] Практически отсчитывается приблизительно 1 биение в секунду.

[14] 210/12:7/4=1,78: 1,75=1/7

[15] См. Гарбузов Н. А. Внутризонный интонационный слух и методы его развития. Изд. Музгиз, 1951 г.

[16] См. Гарбузов Н. А. Зонная природа звуковысохного слуха. Изд. АН СССР, 1948 г.